

Частное образовательное учреждение высшего образования
Приамурский институт агроэкономики и бизнеса

Кафедра информационных технологий и математики

«УТВЕРЖДЕН»

на заседании кафедры

«02» июня 2016 г.

протокол № 5

Заведующий кафедрой



ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Уровень высшего образования:
БАКАЛАВРИАТ

направление подготовки:
38.03.01 Экономика

Форма обучения: заочная

Хабаровск
2016 г.

ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПОДИСЦИПЛИНЕ
«Математический анализ»

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины*	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
1	Введение в математический анализ.	ОК-1, ОК-5, ОПК –2.	Собеседование. Контрольный опрос.
2	Предел и непрерывность функции.	ОК-1, ОК-5, ОПК –2.	Собеседование. Контрольный опрос.
3	Дифференциальное исчисление функций одной переменной.	ОК-1, ОК-5, ОПК –2.	Собеседование. Контрольный опрос.
4	Исследование функций.	ОК-1, ОК-5, ОПК –2.	Собеседование. Контрольный опрос. Расчетно-графическая работа (типовой расчет).
5	Неопределённый интеграл.	ОК-1, ОК-5, ОПК –2.	Собеседование. Контрольный опрос.
6	Определённый интеграл.	ОК-1, ОК-5, ОПК –2.	Собеседование. Контрольный опрос. Расчетно-графическая работа (типовой расчет).
7	Функции нескольких переменных.	ОК-1, ОК-5, ОПК –2.	Собеседование. Контрольный опрос. Расчетно-графическая работа (типовой расчет).
8	Ряды.	ОК-1, ОК-5, ОПК –2.	Собеседование. Контрольный опрос.
9	Дифференциальные уравнения.	ОК-1, ОК-5, ОПК –2.	Собеседование. Контрольный опрос. Расчетно-графическая работа (типовой расчет).

ВОПРОСЫ ДЛЯ КОЛЛОКВИУМОВ, СОБЕСЕДОВАНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Раздел 1. Введение в математический анализ.

1. Дайте определение функции и основные способы ее задания.
2. Что называется областью определения и областью значения функции?
3. Какие функции являются сложными и обратными?
4. Какие существуют преобразования графиков функций?

Раздел 2. Предел и непрерывность функции.

1. Дайте определение: предела функции в точке; предела функции в бесконечности.
2. Что называется бесконечно малой функцией, и какие у нее свойства?
3. Что называется бесконечно большой функцией, и какие у нее свойства?
4. Какова связь между бесконечно большой и бесконечно малой функциями?
5. Сформулируйте теоремы о пределах функций.
6. Дайте определение непрерывности функции в точке.
7. Какие точки являются точками разрыва функции первого и второго рода, а какие точками устранимого разрыва?

Раздел 3. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.

1. Дайте определение производной функции: алгебраическое; геометрическое; экономическое.
2. Сформулируйте необходимое условие дифференцируемости функции.
3. Дайте определение дифференциала функции и укажите его геометрический смысл.
4. Какие основные теоремы дифференциального исчисления?
5. Как вычисляется оптимальный уровень производства?
6. Как формулируется закон убывающей доходности?

Раздел 4. Исследование функций.

1. Какая функция называется возрастающей (убывающей)?
2. Сформулируйте достаточные признаки монотонности функции.
3. Какие точки называются точками экстремума функции?
4. Что называется локальным экстремумом функции?
5. Какая точка является критической точкой?
6. Сформулируйте необходимое и достаточное условия экстремума функции.
7. Дайте определение выпуклости и вогнутости кривой; точки перегиба.
8. Сформулируйте достаточное условие выпуклости функции вниз (вверх).
9. Сформулируйте необходимое и достаточное условия перегиба функции.
10. Какие виды асимптот графика функции? Укажите формулы их вычисления.

Раздел 5. Неопределённый интеграл.

1. Что называется первообразной функцией и каков её геометрический смысл?
2. Дайте определение неопределённого интеграла.
3. Перечислите свойства неопределённого интеграла.

Раздел 6. Определённый интеграл.

1. Дайте определение интеграла как предела интегральной суммы.
2. Каков экономический смысл определённого интеграла?
3. Перечислите свойства определённого интеграла.
4. Как определяется интеграл с переменным верхним пределом?
5. Укажите геометрический смысл интеграла с переменным верхним пределом.
6. Как используется формула замены переменной в определённом интеграле?
7. Как используется формула интегрирования по частям при вычислении определённого интеграла?
8. Какой интеграл называется несобственным интегралом первого рода?
9. Укажите геометрический смысл определённого интеграла; несобственного интеграла

первогорода.

Раздел 7. Функции нескольких переменных.

1. Дайте определение области определения и области значений функций двух, трех и большего числа переменных.
2. Что является линией уровня и поверхностью уровня?
3. Что представляет собой многомерная функция Кобба-Дугласа?
4. Сформулируйте достаточное условие дифференцируемости функции двух переменных.
5. Дайте определение производной функции по направлению.
6. Что называется градиентом функции?
7. Каков физический смысл градиента функции?
8. Дайте определение экстремума функции двух переменных.
9. Сформулируйте необходимое условие экстремума функции двух переменных.
10. Сформулируйте достаточное условие экстремума функции двух переменных.
11. Каков алгоритм исследования функции двух переменных на экстремум?
12. Дайте определение условного экстремума.
13. Дайте определение интегральной суммы функции двух переменных.
14. Какие свойства двойного интеграла?
15. Как свести кратный интеграл к повторному интегралу?
16. Как осуществляется замена переменных в кратном интеграле?

Раздел 8. Ряды.

1. Что называется суммой числового ряда?
2. Какой ряд называется геометрическим рядом?
3. Сформулируйте необходимый признак сходимости рядов.
4. Перечислите свойства сходящихся рядов.
5. Сформулируйте первый признак сравнения рядов.
6. Укажите эталонные ряды.
7. Сформулируйте второй (предельный) признак сравнения рядов.
8. Сформулируйте признак Даламбера.
9. Сформулируйте интегральный признак сходимости.
10. Что называется интервалом сходимости степенного ряда?
11. Как вычисляется радиус сходимости степенного ряда?
12. Что называется остаточным членом формулы Тейлора?
13. Сформулируйте теорему о сходимости ряда Маклорена.

Раздел 9. Дифференциальные уравнения.

1. Сформулируйте основные понятия дифференциального уравнения.
2. Что называется задачей Коши?
3. Что называется общим и частным решениями дифференциального уравнения?
4. Что является графиком решения дифференциального уравнения?
5. Как формулируется теорема существования и единственности решения дифференциального уравнения?
6. Дайте определения основных понятий дифференциального уравнения второго порядка.
7. Что называется задачей Коши дифференциального уравнения второго порядка?
8. Что называется общим и частным решениями дифференциального уравнения второго порядка?

Критерии оценки:

- оценка «зачтено» выставляется студенту, если обоснованно, грамотно излагает суть вопроса, может привести собственные примеры по данному вопросу;
- оценка «не зачтено» выставляется студенту, если им допущена фактическая ошибка при ответе, нет обоснования по сути вопроса.

КОМПЛЕКТ ЗАДАНИЙ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ №1

Тема: 2. Предел и непрерывность функции.

Вариант 1.

Задание 1: Найти предел $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x^2 - 7x + 15}{x^2 - 2x + 15}$.

Задание 2: Найти предел $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x + 3}{\sqrt{x^2 + 3x} - 3}$.

Задание 3: Найти предел $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x + 1}{4x - 5}$.

Задание 4: Найти предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x}{\operatorname{tg} 4x}$.

Задание 5: Найти предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x)$.

Вариант 2.

Задание 1: Найти предел $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x^3 + 3x^2 + 2x}$.

Задание 2: Найти предел $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x - 9} - 4}{\sqrt{2x - 49} - 7}$.

Задание 3: Найти предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 8x + 1}{x^3 - 10}$.

Задание 4: Найти предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{1 - \cos 4x}$.

Задание 5: Найти предел $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x - 2} - \frac{4}{x^2 - 4} \right)$.

Критерии оценки:

Правильность выполнения заданий оценивается в баллах. Задания 1,2,4,5 оцениваются в баллах от 0 до 5, задание 3 - от 0 до 3

**КОМПЛЕКТ ЗАДАНИЙ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ № 2 ПО
ДИСЦИПЛИНЕ**

Тема: 3. Производная и дифференциал.

Вариант 1.

Задание: найти производные.

1. $y = \frac{1}{x^4} - \frac{4}{\sqrt[4]{x}} + x\sqrt{x}$;

2. $y = \frac{x^2 - 5x - 1}{x^3}$;

3.
с

4. $y = \sqrt{\frac{x}{2} - \frac{\sin x}{2}}$;

5. $y = \ln^2 x + \sin^2 x$;

6. $y = \arcsin \sqrt{-4x}$;

7. $x - e^y + ye^x = 2$.

Вариант 2.

Задание: найти производные.

1. $y = 3\sqrt[3]{x^4} - \frac{4}{\sqrt[4]{x}} - \frac{1}{5x^5} + 2\sqrt{x}$;

2. $y = \frac{2}{x^3 - 1} + (2 + 2x^2)(3 - x^3)$;

3. $y = e^{\frac{1}{\ln x}} - \operatorname{ctg} e^x$;

4. $y = \ln(x - \cos^2 x)$;

5. $y = \sqrt{3\sin x - 2\cos 2x}$;

6. $y = \sqrt{1 - x^2} \arccos x$;

7. $\sin(xy) = y$.

Критерии оценки:

**Правильность выполнения каждого задания оценивается в
баллах от 0 до 3, включительно.**

КОМПЛЕКТ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ (ТИПОВОЙ РАСЧЕТ) ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Характеристика типового расчета:

- изучение теоретического лекционного курса по теме ТР;
- приобретение навыков и умения использовать изученные математические методы для самостоятельного решения и исследования типовых задач;
- развитие математической интуиции в выборе методов решения; воспитание математической культуры.

Каждый типовой расчет содержит индивидуальные задания, выполняемые студентами самостоятельно с необходимыми пояснениями решения и указанием используемых теоретических понятий, определений, теорем и формул.

Выполнение студентами ТР контролируется преподавателем. Предварительно проверяется правильность решения задач. Завершающим этапом является защита ТР, во время которой студент должен уметь правильно отвечать на теоретические вопросы, пояснять решения своих задач, уметь решать задачи аналогичного типа.

Примерные виды типовых расчетов:

Типовой расчет №1.

Исследовать функции и построить их графики: 1. $y = \sqrt[3]{\frac{1-x^2}{x^2-6x}}$; 2. $y = x^2 e^{-x}$;

3. $y = \operatorname{arccctg} \frac{1}{x} - \frac{x}{2}$.

Распределение баллов за выполнение данных заданий

Номер задания	Баллы
1	От 1 до 5
2	От 1 до 7
3	От 1 до 8

Типовой расчет №2.

I. Вычислить: 1. $\int_{-2\sqrt{3}}^2 \frac{dx}{\sqrt{4+x^2}}$; 2. $\int_{-1}^1 \arcsin^2 x dx$.

II. Найти площадь области, заключенной между параболой $y = x^2 - 2x + 3$, касательной к ней в точке $M(2;3)$ и осью OY .

III. Найти:

- полный дифференциал первого порядка функции:

$$z = \operatorname{arctg} xy, \quad x = u \cdot v, \quad y = \sqrt{u^2 + v^2};$$

- частные производные второго порядка функции: $z = \ln \sqrt{\frac{\sin x}{\cos y}}$;

- полный дифференциал второго порядка функции: $u = x^y + y^x$;

- экстремумы функции: $z = 2x^3 - xy^2 + 5x^2 + y^2$.

- IV. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (x + y^2) dx dy$, где D есть область, ограниченная прямыми: $y = x$, $y = 2x$, $y = -x + 4$.

Типовой расчет №3.

- I. Определить область E существования функции и исследовать ее на

дифференцируемость во внутренних точках E : $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{n(n+1)}$

- II. Показать, что данный ряд допускает почленное интегрирование на $[-1; 5]$ и

написать полученный при этом числовой ряд: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{n!}$, $[-1; 5]$.

- III. Найти общее решение дифференциальных уравнений:

1. $(x^2 dy - \sqrt{1-y^2} dx) = 0$; 2. $(y dx + (y-x) dy) = 0$; 3. $y' + xy = x^3 y^3$;

Найти частное решение дифференциальных уравнений, удовлетворяющих начальным условиям: $x = 0; y = -1; y' = 0$.

1. $xy'' - y' = x^2 e^x$; 2. $y'' + y' \operatorname{tg} x = \sin 2x$.

КОМПЛЕКТ ЗАДАНИЙ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Тема: 2. Предел и непрерывность функции.

Вариант 1.

Задание 1: Найти предел $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{2x^2 + 7x - 15}{x^2 + 2x - 15}$.

Задание 2: Найти предел $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x+3} - 3}{x^2 - 3x}$.

Задание 3: Найти предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+1}{4x+5}$.

Задание 4: Найти предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x}{\operatorname{tg} 4x}$.

Задание 5: Найти предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x)$.

Вариант 2.

Задание 1: Найти предел $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x^3 + 3x^2 + 2x}$.

Задание 2: Найти предел $\lim_{x \rightarrow 25} \frac{\sqrt{x-9} - 4}{\sqrt{2x-49} - 1}$.

Задание 3: Найти предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - 8x^2 + 1}{x^3 - 10}$.

Задание 4: Найти предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{1 - \cos 4x}$.

Задание 5: Найти предел $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{4}{x^2-4} \right)$.

Критерии оценки:

Правильность выполнения заданий оценивается в баллах. Задания 1,2,4,5 оцениваются в баллах от 0 до 5, задание 3 - от 0 до 3.

Тема: 3. Производная и дифференциал.

Вариант 1.

Задание: найти производные.

$$1. y = \frac{1}{x^4} - \frac{4}{\sqrt[4]{x}} + x\sqrt{x};$$

$$2. y = \frac{x^2 - 5x - 1}{x^3};$$

3.

с

$$4. y = \sqrt{\frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2}};$$

$$5. y = \ln^2 x + \sin^2 x;$$

$$6. y = \arcsin \sqrt{1 - 4x};$$

$$7. x \cdot e^y + y \cdot e^x = 2.$$

Вариант 2.

Задание: найти производные.

$$1. y = 3\sqrt[3]{x^4} - \frac{4}{\sqrt[4]{x}} - \frac{1}{5x^5} + 2\sqrt{x};$$

$$2. y = \frac{2}{x^3 - 1} + (2 + 2x^2)(3 - x^3);$$

$$3. y = e^{\frac{1}{\ln x}} - \operatorname{ctg} e^x;$$

$$4. y = \ln(x - \cos^2 x);$$

$$5. y = \sqrt{3 \sin x - 2 \cos 2x};$$

$$6. y = \sqrt{1 - x^2} \arccos x;$$

$$7. \sin(xy) = y.$$

Критерии оценки:

Правильность выполнения каждого задания оценивается в баллах от 0 до 3, включительно.

Тема: 5. Неопределенный интеграл.

Вариант 1.

Задание: найти интегралы.

- $\int \frac{1 + \cos^2 x}{1 + \cos 2x} dx;$
- $\int \frac{dx}{(3x + 2)^3};$
- $\int \frac{5^x dx}{\sqrt{25^x - 1}};$
- $\int \frac{dx}{x^2 - x + 1};$
- $\int \sin^2 x \cdot \cos^3 x dx;$
- $\int (x^2 - x) \ln x dx.$

Вариант 2.

Задание: найти интегралы.

- $\int \frac{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[4]{x}}{\sqrt{x}} dx;$
- $\int \frac{dx}{\sqrt[5]{(4x - 3)^2}};$
- $\int \frac{\operatorname{arctg} \sqrt{x}}{(1 - x)\sqrt{x}} dx;$
- $\int \frac{x - 3}{x^2 - 6x + 10} dx;$
- $\int \cos^5 x \cdot \sin^3 x dx;$
- $\int (x - 2) \cos 2x dx.$

Критерии оценки:

Правильность выполнения каждого задания оценивается в баллах от 0 до 3, включительно.

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

1. Предел последовательности при $n \rightarrow \infty$ и предел функции при $x \rightarrow \infty$. Признаки существования предела (с доказательством теоремы о пределе промежуточной функции).
2. Определение предела функции в точке. Основные теоремы о пределах (одно доказать).
3. Бесконечно малые величины (определение). Свойства бесконечно малых (одно доказать). Бесконечно большие величины, их связь с бесконечно малыми.
4. Второй замечательный предел, число e . Понятие о натуральных логарифмах.
5. Непрерывность функции в точке и на промежутке. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Точки разрыва. Примеры.
6. Производная и ее геометрический смысл. Уравнение касательной к плоской кривой в заданной точке.
7. Дифференцируемость функций одной переменной. Связь между дифференцируемостью и непрерывностью функции (доказать теорему).
8. Основные правила дифференцирования функций одной переменной (одно доказать).
9. Формулы производных основных элементарных функций (одну вывести). Производная сложной функции.
10. Необходимый и достаточный признаки существования экстремума (доказать одну из теорем).
11. Понятие асимптоты графика функции. Горизонтальные, наклонные и вертикальные асимптоты. Примеры.
12. Общая схема исследования функций и построения их графиков. Пример.
13. Дифференциал функции и его геометрический смысл. Инвариантность формы дифференциала 1-го порядка.
14. Понятие первообразной функции. Неопределенный интеграл и его свойства (одно доказать).
15. Метод замены переменной в неопределенном интеграле и особенности применения этого метода при вычислении определенного интеграла.
16. Метод интегрирования по частям для случаев неопределенного и определенного интегралов (вывести формулу). Примеры.
17. Определенный интеграл как предел интегральной суммы. Свойства определенного интеграла.
18. Теорема о производной определенного интеграла по переменному верхнему пределу. Формула Ньютона-Лейбница.
19. Вычисление площадей плоских фигур с помощью определенного интеграла. Примеры.
20. Понятие о дифференциальном уравнении. Общее и частное решения. Простейшие дифференциальные уравнения 1-го порядка (разрешенные относительно производной, с разделяющимися переменными) и их решение. Примеры.
21. Однородные и линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка и их решения. Примеры.
22. Определение числового ряда. Сходимость числового ряда. Необходимый признак сходимости рядов (доказать). Примеры. Гармонический ряд и его расходимость (доказать).
23. Признаки сравнения и Даламбера сходимости знакоположительных рядов. Примеры.
24. Условия разложения функций в степенной ряд. Ряд Маклорена. Разложение в ряд Маклорена функции $y=e^x$ (вывод). Интервал сходимости полученного ряда.